

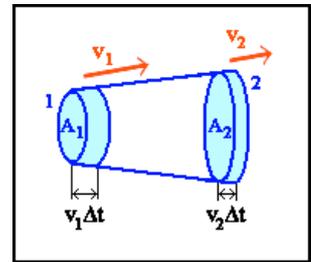
Le pompe di circolazione come strumento per la determinazione delle caratteristiche idrauliche dei circuiti idraulici

L'equazione di continuità

Supponiamo di avere un condotto di sezione variabile in cui scorre dell'acqua (fluido incompressibile): ad un certo volume di fluido entrante nel tubo corrisponderà un uguale volume di fluido uscente.

Se all'entrata, nel punto 1, la velocità del fluido è V_1 e la sezione del condotto è A_1 , nell'intervallo di tempo Δt sarà passato un volume di fluido pari a :

$$\Delta Q_1 = A_1 \cdot v_1 \cdot \Delta t$$



Nel punto 2 la velocità del fluido non sarà necessariamente la stessa del punto 1, ma sarà una velocità V_2 corrispondente alla sezione A_2 del tubo. Nello stesso intervallo Δt di tempo uscirà quindi dal punto 2 un volume di fluido:

$$\Delta Q_2 = A_2 \cdot v_2 \cdot \Delta t$$

Per l'incompressibilità del fluido questi volumi saranno uguali e quindi:

$$A_1 \cdot v_1 \cdot \Delta t = A_2 \cdot v_2 \cdot \Delta t \quad \text{da cui:} \quad A_1 \cdot v_1 = A_2 \cdot v_2$$

Questa equazione è detta **equazione di continuità**.

Dall'equazione di continuità si deduce che in una corrente stazionaria di un fluido incompressibile la portata in volume ha lo stesso valore in ogni punto del fluido, ovvero :

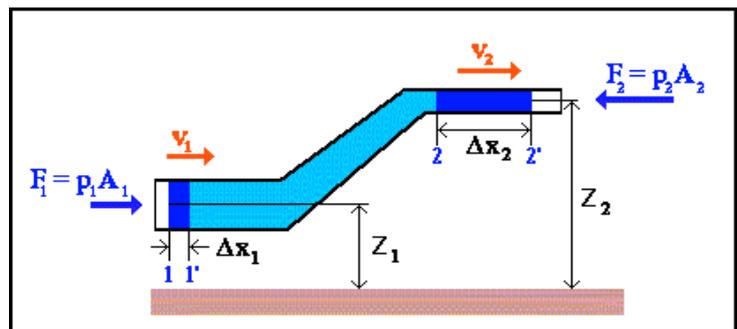
$$Q = A \cdot v = \text{costante}$$

L'equazione di Bernoulli

Di fondamentale importanza in idraulica è il principio di Bernoulli, da cui discendono molte relazioni sul moto dei fluidi in condotte in pressione o a pelo libero (canali).

In sostanza Bernoulli dimostra che le relazioni Pressione-Velocità-Altezza idrostatica sono tra loro legate e se tra due punti di una qualsiasi condotta abbiamo una diminuzione di uno di questi termini, riscontreremo un aumento di qualche altro.

Consideriamo un tubo di sezione e quota variabile in cui scorre dell'acqua come riportato in figura: per effetto del movimento del fluido la massa Δm nel tempo Δt è stata spostata dalla quota z_1 alla quota z_2 e la sua velocità, essendo diversa la sezione del tubo, è variata da v_1 a v_2 .



La legge che regola il moto in questo tipo di condotto è detta equazione di Bernoulli:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho \cdot g} + \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho \cdot g} + \frac{v_2^2}{2g} \quad \text{ovvero:} \quad z_2 - z_1 + \frac{p_2 - p_1}{\rho \cdot g} + \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} = 0$$

Dove:

z = altezza geodetica (m)

p = pressione statica (Pa)

v = velocità (m/sec)

ρ = massa volumica (acqua 15°C = 1000kg/m³)

g = acceleraz. gravità (media terrestre = 9,81m/sec²)

Differenza
Energia
potenziale

Differenza
Energia di
pressione

Differenza
Energia
cinetica

L'equazione di Bernoulli per i liquidi reali

In realtà l'equazione di Bernoulli precedente non può essere applicata in quando i liquidi reali durante il moto generano sforzi sulle pareti delle condotte e per liquidi particolarmente viscosi sforzi anche all'interno del fluido stesso. Queste resistenze al moto determinano una diminuzione del carico piezometrico (o della prevalenza della pompa) e prendono il nome di perdite di carico Y_t della condotta e si misura in metri o in Pascal.

Per i liquidi reali l'equazione di Bernoulli assume la forma:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho \cdot g} + \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho \cdot g} + \frac{v_2^2}{2g} + Y_t$$

La determinazione analitica di Y_t è piuttosto laboriosa in quanto deve tener conto delle dissipazioni di energia cinetica all'interno della condotta dovuti al moto del fluido.

Moto laminare e moto turbolento: numero di Reynolds

Nel moto laminare gli strati di liquido che scorre all'interno della condotta si dispongono parallelamente all'asse della tubazione ed ogni strato mantiene la sua individualità senza mescolarsi. Questo moto è tipico dei fluidi viscosi (in particolar modo all'interno di tubazioni di piccoli diametri) al punto che il moto laminare viene talvolta definito moto viscoso.

Nel moto turbolento si verificano invece continui rimescolamenti di filetti di fluido con formazione di piccoli vortici. Questo tipo di moto è tipico nel caso di gas e liquidi molto fluidi contenuti entro condotte di grande diametro.

Si deve alle esperienze di Reynolds nel 1883 l'aver stabilito un criterio quantitativo di distinzione tra i due tipi di moto.

Indicando con ρ la densità, μ la viscosità, v la velocità media del fluido e D il diametro del tubo ha un introdotto un coefficiente Re , chiamato numero di Reynolds calcolato con:

$$Re = \frac{\rho \cdot v_m \cdot D}{\mu}$$

Quando il valore è inferiore a 2000 si ha un moto laminare, quando è superiore a 4000 sia moto turbolento e per moti compresi tra 2000 e 4000 il regime è di transizione.

Le perdite di carico ed il diagramma di Moody

Le perdite di carico totali Y_t sono la somma delle perdite di carico continue e delle perdite di carico localizzate (curve, tee, valvole,...), ovvero $Y_t = \Sigma y_c + \Sigma y_l$.

In pratica le perdite di carico localizzate Σy_l non vengono calcolate a se stanti ma si preferisce trasformare tramite tabelle sperimentali le perdite localizzate in lunghezza equivalente di tubazione da sommare alla lunghezza geometrica effettiva della condotta, la somma dei due termini prende il nome di lunghezza virtuale, ossia $L_v = L_g + L_e$. In tal modo si riduce il problema al solo calcolo delle Σy_c che avranno il valore della lunghezza della tubazione non sul valore geometrico L_g ma su quello maggiorato virtualmente L_v che tiene conto anche delle lunghezze equivalenti L_e dovute alle perdite accidentali riducendo l'equazione a $Y_t = \Sigma y_{lv}$.

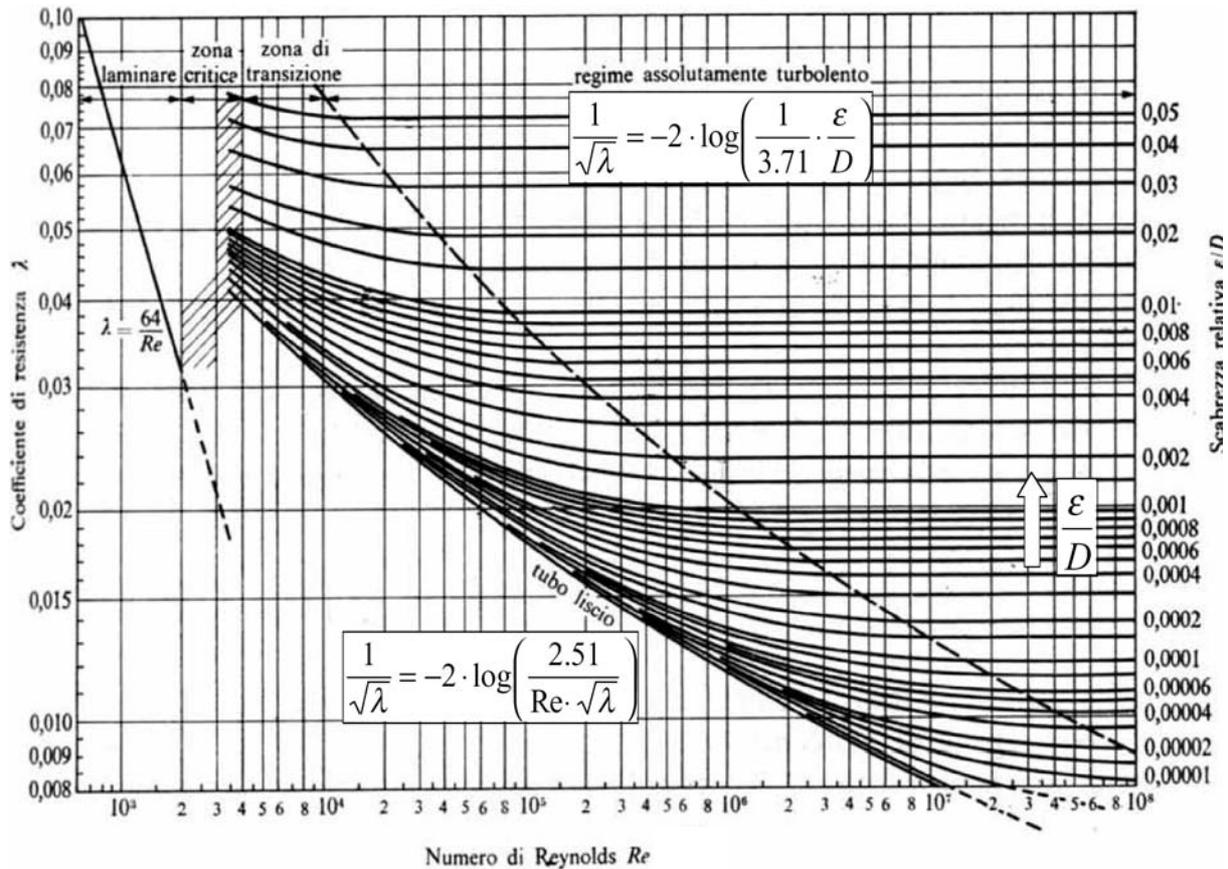
L'equazione più utilizzata per il calcolo delle perdite di carico è la seguente:

$$Y_t = \lambda \cdot \frac{L_v \cdot v^2}{2 \cdot g \cdot D}$$

Il termine λ è detto coefficiente di attrito ed è funzione del numero Re di Reynolds e della rugosità ε delle pareti ossia $\lambda = f(Re, \varepsilon)$.

Per altro la determinazione analitica di f è differente in 3 casi:

- Nel *campo laminare* si ha $\lambda = 64/Re$, cioè non dipende dalla rugosità della tubazione poiché l'irregolarità media del tubo è molto minore rispetto alla strato di liquido aderente al tubo stesso;
- Nel *campo turbolento* il coefficiente di attrito viene determinato analiticamente mediante le formule di Colebrook o quelle di Hazen-Williams;
- Nel campo di transizione il coefficiente d'attrito è indeterminabile analiticamente, salvo utilizzare il calcolo ricorsivo (per tentativi), o ricorrere all'abaco di Moody sotto riportato:



Le pompe ed i circolatori

La necessità di elevare pressioni e portate è molto frequente nelle opere di ingegneria, si pensi ad esempio ai sistemi antincendio, di irrigazione, di circolazione forzata in circuiti chiusi, ovvero in tutti quei casi in cui il solo effetto della gravità o della circolazione naturale non è sufficiente. Ciò spiega quanto siano diffusi pompe e circolatori.

Benché il termine pompa o circolatore possono sembrare sinonimi per convenzione si definiscono circolatori solo quelli che operano su circuiti chiusi (impianti di riscaldamento o di processo) i quali non devono superare dislivelli geodetici ma unicamente vincere le perdite di carico dovute alla circolazione del fluido nel circuito chiuso, proprio per questo motivo i circolatori normalmente hanno basse prevalenze.

Caratteristiche di funzionamento

Il funzionamento di una pompa è definito da alcune grandezze fisiche che ne definiscono le caratteristiche, esse sono principalmente quelle riportate nell'adiacente tabella.

Fra tutte queste grandezze esiste un rapporto di interdipendenza tale per cui quando varia il valore di una di esse varia anche il valore di tutte le altre. Un'eccezione in questo sono le pompe volumetriche (a pistoncini, ingranaggi, ...) le quali ad esempio la

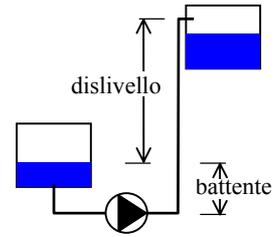
velocità di rotazione varia la portata senza che necessariamente si verifichi una variazione di prevalenza. I rapporti di interdipendenza tra le citate grandezze sono le seguenti:

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{\sqrt{p_1}}{\sqrt{p_2}} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{\sqrt[3]{Pa_1}}{\sqrt[3]{Pa_2}}$$

Grandezza	Simbolo	S.I.	S.T.
Portata	Q	kg/s	m ³ /h
Prevalenza	p	Pa	m
Potenza ass.	Pa	W	W
Potenza resa	Pr	W	W
Rendimento	η	%	%
Velocità rotazione	n	rad/s	g/min
Battente minimo	NPSH	Pa	m

Pompa sotto battente

Inoltre quando la pompa lavora **sotto battente** (pressione dell'acquedotto o caduta geodetica dalla vasca) tale valore è da sommare alla prevalenza generata dalla pompa, così che la pressione all'uscita della mandata sarà la somma della pressione esistente all'ingresso + la prevalenza generata: Ovviamente la prevalenza della pompa $P_{mand} = P_{asp} + \Delta P_{pompa}$ dovrà essere superiore al dislivello da superare ed alle perdite di carico dovute al moto.



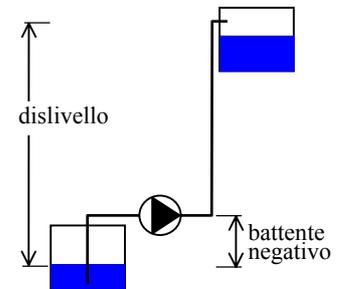
Pompa sopra battente

Mentre quando la pompa lavora **sopra battente** bisogna tener conto che il dislivello massimo di aspirazione ha un limite fisico dato dalla pressione atmosferica terrestre e dalla massa volumica del liquido, che nel caso dell'acqua a 15°C è teoricamente di:

$$H_{asp} = \frac{P_{atm}}{\rho \cdot g} = \frac{101330}{1000 \cdot 9.81} = 10,33m$$

In pratica per effetto delle resistenze al moto e del rendimento delle macchine, tale valore è limitato a 5-6m. Il valore minimo di battente (in metri) richiesto sulla aspirazione della pompa è chiamato anche **NPSH_r**, dall'inglese Net Positive Suction Head, tale valore deve essere inferiore a valore minimo di battente realmente disponibile **NPSH_d**, ovvero:

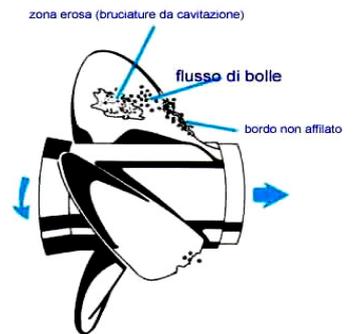
$$NPSH_d > NPSH_r$$



Cavitazione

Oltre ai bruschi cambiamenti di pressione talvolta all'interno della girante si verificano anche cambiamenti di stato da liquido a vapore. Lo stato di vapore avviene quando la pressione sulla bocca di aspirazione scende sotto il valore della tensione di vapore e ciò può avvenire per svariati motivi ad esempio temperature del fluido troppo elevate, depressioni nell'aspirazione, **NPSH_d** insufficienti. La vaporizzazione del fluido produce un effetto noto con il nome di cavitazione.

Questo evento, avviene prevalentemente nelle pompe centrifughe, le cui pale ricurve generano una diminuzione di pressione che facilita il passaggio di stato dalla fase liquida a quella gassosa. Le bolle di vapore generatisi causano micro esplosioni contro la girante nel punto di passaggio dalla zona di aspirazione (bassa pressione) a quella di mandata (alta pressione) causando, oltre che forte rumorosità, anche il danneggiamento della pompa in breve tempo.



Conformazione delle giranti per pompe centrifughe

In una pompa centrifuga il fluido viene aspirato assialmente e viene spinto radialmente.

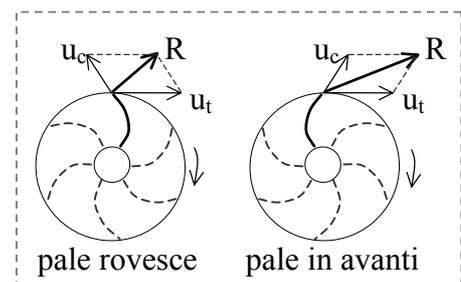
Nell'istante in cui il fluido abbandona la paletta della girante ogni particella di liquido è animata da una velocità vettoriale determinata in modulo, direzione e verso dalla velocità di rotazione della girante e dal profilo delle palette della girante.

Le palette della girante possono essere:

- con *pale in avanti* verso il senso di rotazione;
- con *pale rovesciate* contrarie al senso di rotazione.

Il tipo di pale rovesce è il più usato perché più vantaggioso di quello con pale in avanti.

Per rendersi conto della differenza si immagini di prendere due giranti di stesso diametro (una con pale in avanti e l'altra con pale rovesce), e di farle girare ad uno stesso numero di giri.



Se si prende in considerazione una particella di fluido a contatto con una pala si vedrà che entrambe le particelle avranno la stessa velocità di rotazione u_t uguale a quella di rotazione della girante mentre la velocità centrifuga u_c che segue il profilo della pala è la stessa in modulo ma differisce in direzione essendo le direzioni delle pali diverse.

La risultante vettoriale R delle componenti $R = \bar{u}_t + \bar{u}_c$ risulterà maggiore per le pali in avanti.

Poiché nelle ipotesi fatte l'energia trasferita al fluido è uguale in entrambi i casi, risulterà che il liquido avente velocità risultante minore ha maggiore energia di pressione, come del resto dimostra l'equazione di Bernoulli.

Pompe e circolatori come strumento di analisi dei circuiti

Pompe e circolatori hanno tipicamente curve di funzionamento come quelle riportate del diagramma a fianco (curve nere).

Le curve in **rosso** sono quelle di isorendimento. Cercare di far lavorare la pompa in un buon regime di rendimento, è ovviamente utile per evitare inutili sprechi energetici.

La curva in **azzurro** rappresenta la caratteristica dell'impianto, ovvero l'andamento delle resistenze in funzione della portata.

Le pompe sottobattente presentano l'origine della curva rialzata rispetto all'origine degli assi per la presenza di un battente idrostatico H_0 anche a portata nulla.

Mentre i circolatori presentano l'origine della curva in corrispondenza dell'origine degli assi, in quanto, come vedremo, funzionando in circuiti chiusi non devono vincere dislivelli ma solo le resistenze al moto dovute all'attrito nel circuito.

Questo aspetto tecnico può consentire di determinare sperimentalmente le caratteristiche dei circuiti rilevando le prestazioni della pompa, dato che è la curva caratteristica dell'impianto che condiziona il funzionamento della pompa, e non viceversa come si potrebbe pensare.

Se il circolatore (o la pompa spostando l'origine in H_0) è in opera possiamo costruire la curva caratteristica dell'impianto effettuando semplicemente una lettura manometrica dagli attacchi di aspirazione e mandata della pompa.

Dalla lettura strumentale della prevalenza p_1 risaliamo al valore Q_1 tramite il diagramma del costruttore relativo alla pompa che abbiamo utilizzato per la misura.

Questi 2 valori sono sufficienti a ricostruire l'intera curva caratteristica del circuito Y_t ovvero determinare $Y_t = f(Q_n, p_n)$ semplicemente utilizzando i rapporti di equivalenza precedentemente enunciati:

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{Q_1^2}{Q_2^2} \quad \text{da cui} \rightarrow p_n = \frac{Q_n^2 \cdot p_1}{Q_1^2} \quad \text{Ricalcolando } p_n \text{ per tutti i valori significativi di } Q \text{ otterremo quindi la curva } Y_t \text{ dell'impianto.}$$

I valori manometrici di prevalenza p_n costituiscono esattamente i punti Y_t della curva dell'impianto se il tubo di aspirazione e mandata della pompa hanno diametro analogo, ovvero $v_1=v_2$, e se questo è un circuito chiuso, ovvero $z_1=z_2$ (nel caso delle pompe sottobattente si aggiungerà H_0), in queste condizioni difatti l'equazione di Bernoulli corretta, ovvero che tiene conto delle perdite di carico Y_t , diventa:

$$\cancel{z_2} - \cancel{z_1} + \frac{p_2 - p_1}{\rho \cdot g} + \frac{\cancel{v_2} - \cancel{v_1}}{2 \cdot g} = Y_t \quad \text{da cui} \rightarrow \frac{p_2 - p_1}{\rho \cdot g} = Y_t$$

In pratica prima di installare una pompa nuova su un circuito già esistente è utile costruire sperimentalmente la curva di impianto (magari utilizzando la vecchia pompa come strumento di misura) in modo da determinare anticipatamente quale sarà il punto di lavoro della nuova pompa mediante la semplice sovrapposizione della curva di impianto determinata sperimentalmente, con le curve di funzionamento riportate nel catalogo delle pompe che vogliamo installare.

Per approfondire l'argomento si consiglia:

- Giorgio Cornetti, Macchine idrauliche, Edizioni Il Capitello, Torino, 1994
- A. Bianchi e U. Sanfilippo, Pompe e impianti di sollevamento, Hoepli, 2001

